KOMPLEKS FONKSİYONLAR TEORİSİNE GİRİŞ ÖDEV SORULARI

1. **a.** $z = x + iy$ olmak üzere $\dfrac{z+1}{2z-5}$ karmaşık sayısının reel ve sanal kısımlarını bulunuz.

b. $\left(\dfrac{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2}\right)^3$ karmaşık sayısının reel ve sanal kısımlarını bulunuz.

2. Her $z \in \mathbb{C}$ için $|z| \le |\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z| \le \sqrt{2}\,|z|$ olduğunu gösteriniz.

3. $|z| = 1$ olan her $z \in \mathbb{C}$ için $\left|\operatorname{Im}\left(1 - \bar{z} + z^2\right)\right| \le 3$ olduğunu gösteriniz.

4. $|z| = 1$ olan her $z \in \mathbb{C}$ için $|z^3 - 2| \ge 1$ olduğunu gösteriniz.

5. $z = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ ve $-\pi < Argz \le \pi$ ise aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

$|z|$, $argz$, $Argz$, $arg(-z)$, $Arg(-z)$, $arg(\bar{z})$, $Arg(\bar{z})$.

6. Aşağıdaki kümeleri kartezyen koordinatlarda ifade ederek, karmaşık düzlemde gösteriniz.

a. $\{z \in \mathbb{C} : |z-3| - |z+3| = 4\}$

b. $\{z \in \mathbb{C} : |z+1| + |z-1| \le 1\}$

c. $\{z \in \mathbb{C} : z(\bar{z} + 2) = 3\}$

d. $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z+i| \le 2\}$

7. $-\pi < Argz_1, Argz_2 \le \pi$, $z_1 z_2 \ne 0$ olsun. $\operatorname{Re}\left(z_1 \overline{z_2}\right) = |z_1| \cdot |z_2|$ olması için gerekli ve yeterli koşul $Argz_1 = Argz_2$ olmasıdır, gösteriniz.

Bundan yararlanarak, $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2| \Leftrightarrow Argz_1 = Argz_2$ olduğunu gösteriniz.

8. Her $z \in \mathbb{C}$ için $\overline{(e^z)} = e^{\bar{z}}$ olduğunu gösteriniz.

9. $\left|e^{z^2}\right| \le e^{|z|^2}$ olduğunu gösteriniz.

10. $\left|e^{-2z}\right| \le 1$ olması için gerekli ve yeterli koşul $\operatorname{Re} z > 0$ olmasıdır, gösteriniz.

NOT: Ödev 02.05.2018 tarihinde, ders saatinde teslim edilecektir. Başarılar dilerim.

14.03.2018

Doç. Dr. Ayşe SANDIKÇI